Exercice 1 *Effet de l'environnement dans l'expérience de Young*

Le but de cet exercice est de discuter une expérience de pensée qui est une variation de l'expérience de Young. Ce genre d'expérience de pensée devient aujpurd'hui une réalité de laboratoire, grâce aux expériences d'interférométrie (par exemple doubles fentes) réalisées avec de grosses molécules. On imagine une source de particules uniques (C60, électrons, neutrons, photons...) qui passent à travers les deux fentes de Young. L'état de la particule entre les fentes et l'écran est donné par une fonction d'onde $\psi(\vec{r}) = \psi_1(\vec{r}) + \psi_2(\vec{r})$ ou $\psi_{1,2}$ sont les fonctions d'onde spheriques de la série 1. En fait leur expression exacte nous importe peu ici. Nous allons décrire l'état de la particule de facon plus abstraite par des kets (en notation de Dirac)

$$|\psi\rangle = |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle$$

L'amplitude de la particule au point $\vec{r}$ est donnée par $\langle\vec{r}|\psi\rangle = \langle\vec{r}|\psi_1\rangle + \langle\vec{r}|\psi_2\rangle$. La probabilité de d'observer la particule au point $\vec{r}$ (ce point peut être sur l'écran par exemple) est

$$|\langle\vec{r}|\psi\rangle|^2 = |\langle\vec{r}|\psi_1\rangle + \langle\vec{r}|\psi_2\rangle|^2$$

Le calcul de cette probabilité a été effectué dans la série 1 et donne les franges d'interférences. Ici nous considérons la variation suivante de l'expérience. On veut modéliser une situation ou la particule n'est pas isolée de l'environnement. On peut imaginer par exemple que la molécule de C60 possède des degrés de libertés internes qui sont excités : elle peut ainsi émettre spontanément un photon. Il est naturel de supposer que l'état du photon (par exemple la direction de la quantité de mouvement) dépend de l'état de la molécule : on admet que si la molécule est dans l'état $|\psi_1\rangle$ le photon est émis dans un état $|1\rangle$, et si la molécule est dans l'état $|\psi_2\rangle$ le photon est émis dans un état $|2\rangle$. Nous supposons aussi que les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$ du photon sont orthogonaux i.e $\langle 1|2\rangle = 0$. Ainsi l'état du système C60 plus photon est

$$|\psi_1\rangle \otimes |1\rangle + |\psi_2\rangle \otimes |2\rangle$$

Nous reviendrons plus tard ces états dits intriqués pour lesquels on ne peut dissocier l'état du photon de celui de la molécule.

On considère maintenant les mesures suivantes.

1. On observe le point de collision de la molécule sur l'écran et le photon dans un photodétecteur. Quelle est la probabilité d'observer la molécule dan l'état $|\vec{r}\rangle$ (position $\vec{r}$) et le photon dan l'état $|1\rangle$ (direction 1 pour sa quantité de mouvement).

2. Même question si le photon est observé dans l'état $|2\rangle$.

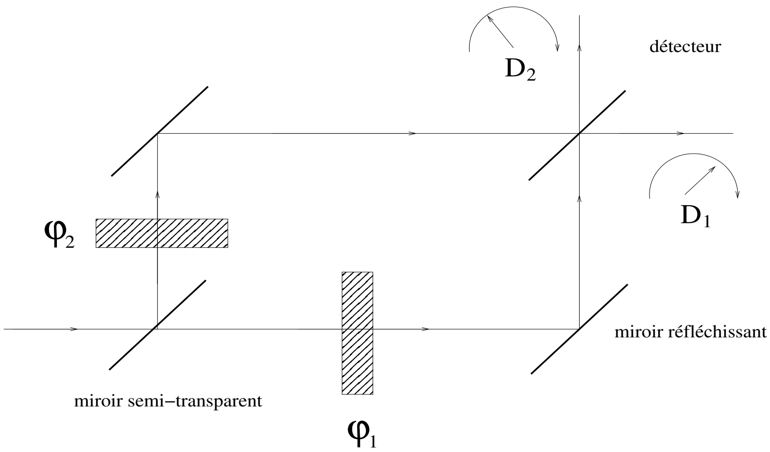
3. On fait plusieurs expériences : c'est à dire que plusieurs molécules sont envoyées une par une à travers la double fente. Décrire l'intensité observée sur lécran. Comparer au cas ou la molécule est isolée de son environnement et le photon est absent.

On considère maintenant une situation ou le photon émis n'est pas intriqué avec létat de la particule. En d'autre termes l'état du photon est indépendant de $|\psi_{1,2}\rangle$. Soit $|0\rangle$ cet état. L'état du système C60 plus photon est alors

$$|\psi_1\rangle \otimes |0\rangle + |\psi_2\rangle \otimes |0\rangle$$

4. Quelle est la probabilité d'observer la particule dans l'état $|\vec{r}\rangle$ et le photon dans létat $|0\rangle$? Observe-t-on des franges d'interférences ?

Exercice 2 *Interféromètre de Mach-Zehnder*



Une source de photons unique envoie un photon dans l'interféromètre. Le photon passe à travers un miroir semi-transparent, puis est déphasé par les déphaseurs $e^{i\varphi_1}$ et $e^{i\varphi_2}$, puis est réfléchi par les miroirs réfléchissants et enfin passe à travers le dernier miroir semi-transparent. Le processus de mesure correspond à une détection dans les photo-détecteurs D_1 et D_2. On veut calculer la probabilité de détection dans D_1 et D_2 en fonction des déphasages associés à chaque chemin $e^{i\varphi_1}$ et $e^{i\varphi_2}$.

On admettra que l'espace des états possibles (espace de Hilbert) du photon est égal à $\mathbb{C}^2 = \{\alpha\,|h\rangle + \beta\,|v\rangle\}$ oú α et β sont des nombres complexes (avec $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) et $|h\rangle$ et $|v\rangle$ sont les deux états de la direction de la vitesse "horizontale" et "verticale". On admettra aussi que les miroirs semi-transparents opèrent les transitions suivantes : $|h\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle + i|v\rangle)$ et $|v\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}(i|h\rangle + |v\rangle)$. Les miroirs réfléchissant opèrent les transitions : $|h\rangle \to i|v\rangle$ et $|v\rangle \to i|h\rangle$.

1. Donnez l'état initial, l'état après le premier miroir semi-transparent, l'état après les déphaseurs, l'état après les miroirs réfléchissants et enfin l'état final après le deuxième miroir semi-transparent (mais avant la mesure).

2. Calculez la probabilité de détection dans D_1 et/ou D_2. Que notez-vous de spécial dans sa dépendance en fonction de φ_1 et φ_2.