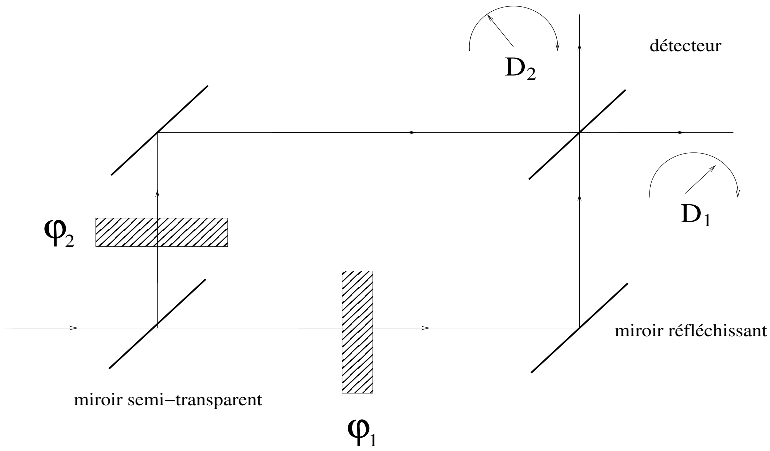
Série 2 : 24 Septembre 2015
Traitement Quantique de l'Information

Exercice 1 *Interféromètre de Mach-Zehnder*



Une source de photons unique envoie un photon dans l'interféromètre. Le photon passe à travers un miroir semi-transparent, puis est déphasé par les déphaseurs $e^{i\varphi_1}$ et $e^{i\varphi_2}$, puis est réfléchi par les miroirs réfléchissants et enfin passe à travers le dernier miroir semi-transparent. Le processus de mesure correspond à une détection dans les photo-détecteurs D_1 et D_2. On veut calculer la probabilité de détection dans D_1 et D_2 en fonction des déphasages associés à chaque chemin $e^{i\varphi_1}$ et $e^{i\varphi_2}$.

On admettra que l'espace des états possibles (espace de Hilbert) du photon est égal à $\mathbb{C}^2 = \{\alpha\,|h\rangle + \beta\,|v\rangle\}$ oú α et β sont des nombres complexes (avec $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) et $|h\rangle$ et $|v\rangle$ sont les deux états de la direction de la vitesse "horizontale" et "verticale".

On suppose que ces deux états forment une base orthonormale de l'espace vectoriel à deux dimensions, c'est à dire $\langle h|h\rangle = \langle v|v\rangle = 1$ et $\langle h|v\rangle = \langle v|h\rangle = 0$.

On admettra aussi que les miroirs semi-transparents opèrent les transitions suivantes : $|h\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle + i|v\rangle)$ et $|v\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}}(i|h\rangle + |v\rangle)$. Les miroirs réfléchissant opèrent les transitions : $|h\rangle \to i|v\rangle$ et $|v\rangle \to i|h\rangle$. Les déphaseurs agissent comme $|h\rangle \to e^{i\varphi_1}|h\rangle$ et $|v\rangle \to e^{i\varphi_2}|v\rangle$.

1. Donnez l'état initial, l'état après le premier miroir semi-transparent, l'état après les déphaseurs, l'état après les miroirs réfléchissants et enfin l'état final après le deuxième miroir semi-transparent (mais avant la mesure).

2. Calculez la probabilité de détection dans D_1 et/ou D_2. Que notez-vous de spécial dans sa dépendance en fonction de φ_1 et φ_2.