Traitement quantique de l'information II EPFL Semestre de printemps 2012
Dr. Nicolas Macris 25 Mai 2012

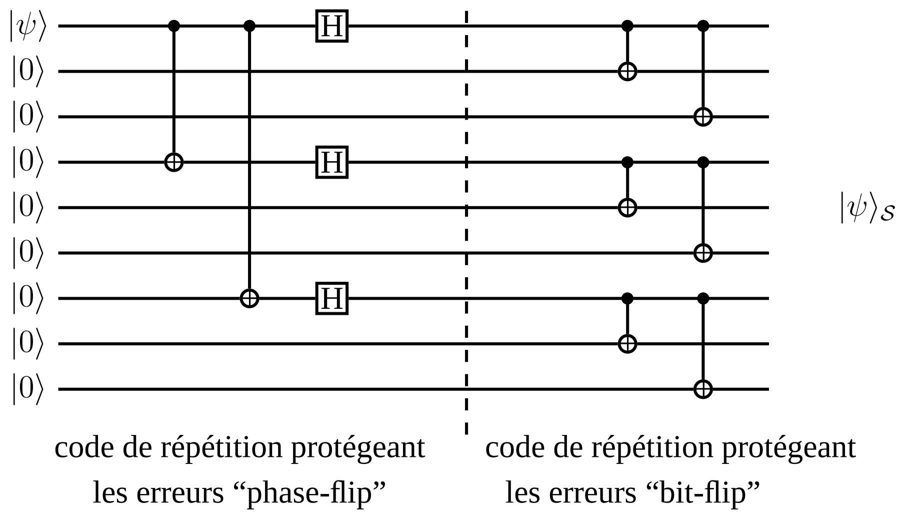
Série 11
Traitement quantique de l'information II

Exercice 1.

Le code de Shor utilise 9 qubits pour encoder un qubit d'information et corrige une erreur. Sa longueur est 9, dimension (comme sous-espace de Hilbert) est 2. Les mots sont de la forme $\alpha|0\rangle_S + \beta|1\rangle_S$ avec

$$\frac{|000\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|000\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|000\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |0\rangle_{\mathcal{S}}.$$
$$\frac{|000\rangle - |111\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|000\rangle - |111\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|000\rangle - |111\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |1\rangle_{\mathcal{S}}.$$

a) Vérifiez que le circuit suivant réalise cet encodage de facon unitaire :



Exercice 2

Le code de Steane est un code CSS(C_1, C_2) avec C_1 = Hamming $(7,4)$ et $C_2 = C_1^{\perp}$.

a) Donnez les matrices de parité de C_1 et generatrices de C_2. En deduire que $C_2 \subset C_1$. Combien d'erreurs sont corrigees par C_1 et $C_2^{\perp}$?

b) Quels sont les paramètres du code de Steane (longueur, dimension, nombre d'erreurs corrigees) ?

c) Construisez les mots de codes de CSS(C_1, C_2). Indication : vous devriez trouver que les mots sont l'ensemble des états $\alpha|0\rangle_{\text{Steane}} + \beta|1\rangle_{\text{Steane}}$ avec

$$|0\rangle_{\text{Steane}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\{|0000000\rangle + |1001101\rangle + |0101011\rangle + |0010111\rangle + |0111100\rangle + |1011010\rangle + |1100110\rangle + |1110001\rangle\}$$

et

$$|1\rangle_{\text{Steane}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\{|1111111\rangle + |0110010\rangle + |1010100\rangle + |1101000\rangle + |1000011\rangle + |0100101\rangle + |0011001\rangle + |0001110\rangle\}.$$