1 Traitement quantique de l'information II : solution de la série 2

Exercice 1 :

(a) Le vecteur $\underline{a} = (a_1, \cdots, a_m)$ possède m composantes, donc il faut m équations du type $f(\underline{x}) = \underline{a}.\underline{x} + b$ pour le déterminer. Donc il faut m valeurs de $f(\underline{x})$ donc il faut poser m questions l'oracle classique.

(b) En reprenant le circuit quantique de Deutsch-Josza du cours, l'état final de saisie juste avant la mesure est :

$$|\psi_{fin}\rangle = \sum_{c_1,\cdots,c_m} |c_1 \cdots c_m\rangle \{ \frac{1}{2^m} \sum_{\underline{x}} (-1)^{f(x)} (-1)^{\underline{x}.\underline{c}} \} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle - |1\rangle).$$

Pour $f(\underline{x}) = \underline{a}.\underline{x} \oplus b$ on a grâce à l'indication :

$$\begin{aligned} \sum_{\underline{x}} (-1)^{f(x)} (-1)^{\underline{x}.\underline{c}} &= (-1)^b \sum_{\underline{x}} (-1)^{(\underline{a} \oplus \underline{c}).\underline{x}} \\ &= 2^m \text{ si } \underline{a} \oplus \underline{c} = 0 \text{ et } = 0 \text{ sinon .} \end{aligned}$$

Donc $|\psi_{fin}\rangle = (-1)^b |a\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\langle - |1\rangle)$.

Ce résultat est remarquable car avec 1 seule mesure des m premiers qubits on trouve $\underline{a}$ avec probabilité 1 !

Preuve de l' indication :

$$\begin{aligned} \sum_{\underline{x} \in \mathbb{F}_2^m} (-1)^{\underline{x}.\underline{z}} &= \sum_{x_1,\cdots,x_m} (-1)^{x_1 z_1} (-1)^{x_2 z_2} \cdots (-1)^{x_m z_m} \\ &= (\sum_{x_1} (-1)^{x_1 z_1})(\sum_{x_2} (-1)^{x_2 z_2}) \cdots (\sum_{x_m} (-1)^{x_m z_m}) \\ &= (1 + (-1)^{z_1})(1 + (-1)^{z_2}) \cdots (1 + (-1)^{z_m}). \end{aligned}$$

Si $(z_1, \cdots, z_m) = (0, \cdots, 0)$ on trouve 2^m. Sinon au moins un des $z_i \neq 0$ et donc ce $z_i = 1$ et puisque $1 + (-1)^{z_i} = 1 + (-1) = 0$ on trouve 0 pour le produit ci-dessus.

Exercice 2 :

(a)

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle &= H(t) |\psi(t)\rangle \\ \Leftrightarrow -i\hbar \frac{d}{dt} \langle \psi(t)| &= \langle \psi(t)| H(t) \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \psi(t)|\psi(t)\rangle &= (\frac{d}{dt} \langle \psi(t)|)|\psi(t)\rangle + (\langle \psi(t)|) \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle \\ &= -\frac{1}{i\hbar} \langle \psi(t)|H(t)|\psi(t)\rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle \psi(t)|H(t)|\psi(t)\rangle \\ &= 0. \end{aligned}$$

Donc $\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle$ est invariant dans le temps et forcément égal à sa condition initiale $\langle\psi(0)|\psi(0)\rangle$. En fait nous voyons dans le calcul précédent que le "i" joue un rôle fondamental ! Puisque la norme des vecteurs $|\psi(t)\rangle$ est invariante, l'évolution temporelle est une transformation unitaire (c'est l'analogue d'une rotation pour les vecteurs complexes). En d'autres termes

$$|\psi(t)\rangle = U|\psi(0)\rangle; \quad \text{avec} U^+U = UU^+ = \mathbb{1}.$$

(b) $i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H(t)|\psi(t)\rangle \quad \Longrightarrow i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(0)\rangle = H(t)U|\psi(0)\rangle$. Puisque la condition initiale est quelconque on à l'équation matricielle

$$i\hbar\frac{d}{dt}U = H(t)U$$

(c) Soit H indépendant du temps et posons $U = \exp(-i\frac{t}{\hbar}H)$. Verifier que c'est une solution.

$$\begin{aligned}
\exp(-i\frac{t}{\hbar}H) &= \sum_{m=0}^{\infty}(-i\frac{t}{\hbar})^m\frac{H^m}{m!} \\
&= 1 - i\frac{t}{\hbar}H + (-\frac{i}{\hbar})^2\frac{t^2}{2!}H^2 + (-\frac{i}{\hbar})^3\frac{t^3}{3!}H^3 + \cdots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\exp(-i\frac{t}{\hbar}H) &= 0 - \frac{i}{\hbar}H + (-\frac{i}{\hbar})^2 tH^2 + (-\frac{i}{\hbar})^3\frac{t^2}{2!}H^3 + \cdots \\
&= \left(-\frac{i}{h}H\right)\left\{1 + (-\frac{i}{h})tH + (-\frac{i}{h})^2\frac{t^2}{2!}H^2 + \cdots\right\} \\
&= \left(-i\frac{t}{\hbar}H\right)\exp(-i\frac{t}{\hbar}H).
\end{aligned}$$

Notez que si H dépend du temps on a un problème pour calculer la dérivée. En effet p.ex.

$$\frac{d}{dt}H^2(t) = \frac{d}{dt}(H(t)H(t)) = H'(t)H(t) + H(t)H'(t)\left\{\begin{array}{l} \neq 2H(t)H'(t) \\ \neq 2H'(t)H(t) \end{array}\right. .$$

Car en général les matrices $H(t)$ et $\frac{d}{dt}H(t)$ ne commutent pas. En fin de compte la formule naive $\exp(-i\frac{t}{\hbar}H)$ N'EST PAS VALABLE SI H DÉPEND DU TEMPS. CECI EST IMPORTANT CAR DANS LES REALISATIONS DES PORTES LOGIQUES ON UTILISE DES H DEPENDANTS DU TEMPS !

(d) Si $H_0 = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar\omega_0}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\hbar\omega_0}{2} \end{pmatrix}$ on a immédiatement

$$U_0(t,0) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{t\omega_0}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{t\omega_0}{2}} \end{pmatrix}$$

et $|\psi(t)\rangle = U_0(t,0)|\psi(0)\rangle = \lambda e^{\frac{t\omega_0}{2}}|0\rangle + \mu e^{-i\frac{t\omega_0}{2}}|1\rangle$.
Si $|\psi(0)\rangle = \lambda|0\rangle + \mu|1\rangle$.
Pour la paramétrisation de la sphère de Bloch on a :

$$\lambda = e^{i\frac{\varphi}{2}}\cos\frac{\theta}{2} \quad \text{et} \quad \mu = e^{-i\frac{\varphi}{2}}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \psi(t) = \left(\cos\frac{\theta}{2}\right) e^{i(\frac{\phi+t\omega_0}{2})}|0\rangle + \left(\sin\frac{\theta}{2}\right) e^{-i(\frac{\varphi+t\omega_0}{2})}|1\rangle.$$

Donc le spin précesse autour de l'axe z (θ = constant et $\phi(t) = \phi + t\omega_0$).

Notez aussi que $U_0(t,0) = \exp(\frac{it\omega_0}{2}\sigma_z)$, avec $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Donc $\exp(i\frac{\phi}{2}\sigma_z)$ peut être interpréter comme l'opérateur qui fait tourner le spin d'un angle ϕ autour de l'axe z. Puisque l'axe z est un choix arbitraire $\exp(i\frac{\phi}{2}\sigma_x)$ et $\exp(i\frac{\phi}{2}\sigma_y)$ sont les opérateurs qui font tourner le spin d'un angle ϕ autour de x et y. Plus généralement $\exp(i\frac{\phi}{2}\hat{m}.\vec{\sigma})$ fait tourner le spin d'un angle ϕ autour de l'axe $\hat{n}$ où $\hat{m}$ est un vecteur unité.

(e) Calculons :

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{d}{dt}|\tilde{\psi}(t)\rangle &= i\hbar\left(\frac{i}{\hbar}K\right)e^{i\frac{tK}{\hbar}}|\psi(t)\rangle + e^{i\frac{tK}{\hbar}}it\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle \\ &= -K|\tilde{\psi}(t)\rangle + e^{i\frac{tK}{\hbar}}H(t)e^{-i\frac{tK}{\hbar}}|\tilde{\psi}(t)\rangle. \end{aligned}$$

Donc

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(\tilde{t})\rangle = \left(-K + e^{i\frac{tK}{\hbar}}H_0e^{-i\frac{tK}{\hbar}} + e^{i\frac{tK}{\hbar}}H_1e^{-i\frac{tK}{\hbar}}\right)|\tilde{\psi}(t)\rangle.$$

– Puisque K et H_0 sont diagonales $e^{i\frac{tK}{\hbar}H_0e^{-i\frac{tK}{\hbar}}} = H_0$ et le terme $-K + H_0$ donne le terme $\frac{\hbar}{2}\delta\sigma_z$.

– Ensuite on calcule

$$\begin{aligned} e^{i\frac{tK}{\hbar}}H_1e^{-i\frac{tK}{\hbar}} &= \begin{pmatrix} e^{-i\frac{t\omega}{2}} & 0 \\ 0 & e^{+i\frac{t\omega}{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\hbar\omega_1}{2}e^{i\frac{t\omega}{2}} \\ \frac{\hbar\omega_1}{2}e^{+i\frac{t\omega}{2}} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{+i\frac{t\omega}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{t\omega}{2}} \end{pmatrix} \\ &= -\frac{\hbar\omega_1}{2}\sigma_x \quad \text{(Si on ne fait pas d'erreurs de signes).} \end{aligned}$$

Finalement on trouve :

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\tilde{\psi}(t)\rangle = \tilde{H}|\tilde{\psi}(t)\rangle$$

avec $\tilde{H} = \frac{\hbar}{2}\delta\sigma_z - \frac{\hbar}{2}\omega_1\sigma_x$ avec $\delta = \omega - \omega_0$.

On a pris un réferentiel qui tourne avec le vecteur B_1 autour de l'axe z : en effet $K = exp(i\frac{\omega t}{2}\sigma_z)$. Donc dans ce réferentiel "on ne voit pas" la dépendence temporelle de l'hamiltonian et celui-ci devient $\tilde{H}$ qui est indépendent du temps.

(f) <u>Cas non résonnant :</u> $\hbar\omega_1 \ll \hbar\delta$. Si $\omega_1 = 0$ et $\delta \neq 0$ le spin tourne autour de z car $\tilde{H} = \frac{\hbar}{2}\delta\sigma_z$. Si $\hbar\omega_1 \ll \hbar\delta$ cette image est approximativement vraie. Simplement l'axe de rotation est légérement different de z.

(g) <u>Cas résonnant :</u> $\delta = 0$. Sitôt que $\hbar\omega_1 = 0$, aussi petit-soit-il $\tilde{H} = -\frac{\hbar\omega_1}{2}\sigma_x$ et le spin tourne autour de l'axe x.

(h) Montrons que $\exp(i\phi(\hat{m}.\vec{sigma})) = \cos(\phi)I + \sin(\phi)i(\hat{m}.\vec{\sigma})$.
D'abord

$$\begin{aligned} (\hat{m}.\vec{\sigma})^2 &= (m_x\sigma_x + m_y\sigma_y + m_z\sigma_z)^2 \\ &= m_x^2\sigma_x^2 + m_y^2\sigma_y^2 + m_z^2\sigma_z^2 + m_xm_y\sigma_x\sigma_y \\ &+ m_ym_x\sigma_y\sigma_x + m_xm_z\sigma_x\sigma_z + m_zm_x\sigma_z\sigma_x \\ &+ m_zm_y\sigma_z\sigma_y + m_ym_z\sigma_y\sigma_z. \end{aligned}$$

Les matrices de Pauli satisfont ó $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = I$ et $\sigma_x\sigma_y = -\sigma_y\sigma_x$; $\sigma_x\sigma_z = -\sigma_z\sigma_x$; $\sigma_y\sigma_z = -\sigma_z\sigma_y$. (vérifiez !) Donc on trouve

$$(\hat{m}.\vec{\sigma})^2 = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}\exp(i\phi\hat{m}.\vec{\sigma}) &= 1 + i\phi\hat{m}.\vec{\sigma} + \frac{(i\phi)^2}{2!}(\hat{m}.\vec{\sigma})^2 + \frac{(i\phi)^3}{3!}(\hat{m}.\vec{\sigma})^3 + \cdots \\ &= 1 + i\phi\hat{m}.\vec{\sigma} + \frac{(i\phi)^2}{2!}I + \frac{(i\phi)^3}{3!}(\hat{m}.\vec{\sigma}) + \cdots\end{aligned}$$

les termes pairs vont donner $(\cos\phi)I$, les termes impairs vont donner $i(\sin\phi)(\hat{m}.\vec{\sigma})$.
Donc $\exp(i\phi\hat{m}.\vec{\sigma}) = (\cos\phi)I + i\sin\phi(\hat{m}.\vec{\sigma})$. (Notez que cela est une belle généralisation de la formule d'Euler $\exp(i\phi) = \cos\phi + i\sin\phi$!).

(i) Puisque $i\hbar\frac{d}{dt}|\tilde{psi}(t)\rangle = \tilde{H}|\tilde{\phi}\rangle$ et que $\tilde{H}$ est indépendant du temps on a :

$$\begin{aligned}|\tilde{\phi}(t)\rangle &= \exp(-\frac{it}{\hbar}\tilde{H})|\tilde{\psi}(0)\rangle \\ &= \exp(-i\frac{t}{\hbar}\tilde{H})|\psi(0)\rangle.\end{aligned}$$

Donc $|\psi(t)\rangle = \exp(-\frac{it}{\hbar}K)\exp(-\frac{it}{\hbar}\tilde{H})|\psi(0)\rangle$.
et alors $U(t,0) = (\exp(-\frac{it}{\hbar}K))\exp(-\frac{it}{\hbar}\tilde{H})$.
<u>Calcules :</u> $\exp(-\frac{it}{\hbar}K) = \begin{pmatrix} e^{\frac{it\omega}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{it\omega}{2}} \end{pmatrix}$.

$$\exp(-\frac{it}{\hbar}\tilde{H}) = \exp(-\frac{it}{2}(\delta\sigma_z - \omega_1\sigma_x)) = \exp(-\frac{it}{2}\sqrt{\delta^2+\omega_1^2}\hat{m}.\vec{\sigma})$$

avec l'axe $\hat{m} = (-\frac{\omega_1}{\sqrt{\delta^2+\omega_1^2}}, 0, \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2+\omega_1^2}})$
(ici $\hat{m}$ est un vecteur unité).
Donc,

$$\exp(-i\frac{t}{h}\tilde{H}) = \left(\cos\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2)\right)I + i(\hat{m}\cdot\vec{\sigma})\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2)$$

avec

$$\hat{m}\cdot\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}} & -\frac{\omega_1}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}} \\ -\frac{\omega_1}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}} & -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}} \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \exp(-i\frac{t}{h}\tilde{H}) = \begin{pmatrix} \cos\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) + i\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) & -i\frac{\omega_1}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) \\ -i\frac{\omega_1}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) & \cos\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) - \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) \end{pmatrix}.$$

L'opération d'évolution total de la RMN (sans ausune approximate) et

$$U(t,0) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{t\omega}{2}}\left(\cos\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) + i\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2)\right) & \frac{-i\omega_1}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}e^{i\frac{t\omega}{2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) \\ e^{-i\frac{t\omega}{2}}(-i)\frac{\omega_1}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) & e^{-i\frac{t\omega}{2}}\left(\cos\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2) - \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin\frac{t}{2}\sqrt{(}\sigma^2+\mu_1^2)\right) \end{pmatrix}.$$

La probabilité $P_{0\to 1}(t)$ de transition entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est donnée par

$$P_{0\to 1}(t) = |\langle 1|U(t,0)|0\rangle|^2;$$

$$\Longrightarrow P_{0\to 1}(t) = \frac{\omega_1^2}{\sigma^2+\omega_1^2}\sin^2\left(\frac{t}{2}\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}\right).$$

La probabilité de transition $P_{0\to 0}(t)$ entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est

$$\begin{aligned} P_{0\to 0}(t) &= |\langle 0|U(t,0)|0\rangle|^2 \\ &= \cos^2\frac{t}{2}\sqrt{(\sigma^2+\mu_1^2)} + \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^2+\omega_1^2}}\sin^2\left(\frac{t}{2}\sqrt{(\sigma^2+\mu_1^2)}\right). \end{aligned}$$

On vérifie bien que $P_{0\to 0}(t) + P_{0\to 1}(t) = 1$ comme il se doit. Ces probabilités sont périodiques de période

$$T_{\text{Rabi}} = \frac{4\pi}{\sqrt{(\sigma^2+\mu_1^2)}}.$$

Dans le cas résonant $\delta = 0$: $P_{0\to 1}(t) = sin^2\frac{t\omega_1}{2}$ et $P_{0\to 0}(t) = cos^2\frac{t\omega_1}{2}$. La fréquence de Rabi est égale à l'intensité de la perturbation.

(j) Portes logiques quantiques :
Discutons d'abord de le réalisation des portes dans le réferentiel tournant. Prenons $\delta = 0$, le cas résonant.

$$\exp(-i\frac{t\tilde{H}}{h}) = \begin{pmatrix} \cos\frac{t\omega_1}{2} & -i\sin\frac{t\omega_1}{2} \\ -i\sin\frac{t\omega_1}{2} & \cos\frac{t\omega_1}{2} \end{pmatrix}$$

- Pour $t = \frac{\pi}{\omega_1}$ on trouve $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} = -i$ NOT : Cette porte fait l'opération $|0\rangle \to -i|1\rangle$ et $|1\rangle \to -i|0\rangle$ qui est essentiellement équivalente à NOT. En RMN cela s'appelle un $\pi-$ pusle et renverse le spin sur la sphère de Bloch.
- Pour $t = \frac{\pi}{2\omega_1}$ on trouve $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$ qui réalise l'opération

$$|0\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$$

$$|0\rangle \longrightarrow -\frac{i}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$$

  Cela s'appelle un $\frac{\pi}{2}-$ pulse et aligne le spin le long de y sur la sphère de Bloch. Cette transformation est essentiellement équivalente à une porte de Hadamard (ce que l'on appelle x et y sont arbitraires). Note que :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = H.$$

  Dans le référentiel du laboratoire la physique doit être la même. Ici par $\delta = 0$:

$$U(t,0) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{t\omega}{2}}\cos\frac{t\omega_1}{2} & -ie^{i\frac{t\omega}{2}}\sin\frac{t\omega_1}{2} \\ -ie^{-i\frac{t\omega}{2}}\sin\frac{t\omega_1}{2} & e^{-i\frac{t\omega}{2}}\cos\frac{t\omega_1}{2} \end{pmatrix}$$

– Par $t = \frac{\pi}{\omega_1}$on a :

$$U_{\pi-\text{pulse}} = \begin{pmatrix} 0 & -ie^{i\frac{\pi\omega}{2\omega_1}} \\ -ie^{-i\frac{\pi\omega}{2\omega_1}} & 0 \end{pmatrix}.$$

qui renverse aussi le spin. (parte NOT).

– Par $t = \frac{\pi}{2\omega_1}$ on a :

$$U_{\frac{\pi}{2}-\text{pulse}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi\omega}{4\omega_1}} & -ie^{i\frac{\pi\omega}{4\omega_1}} \\ -ie^{-i\frac{\pi\omega}{4\omega_1}} & e^{i\frac{\pi\omega}{4\omega_1}} \end{pmatrix}.$$

qui met le spin dans le plan (x, y). (si on part de l'axe z). Simplement l'axe du spin dans le plan (x, y) est maintenant orienté selon l'angle $\frac{\pi\omega}{2\omega_1}$. Cette opération est à nouveau équivalente à une porte de Hadamard.

(k) Application Numérique Que $\frac{\hbar\omega_1}{2} = \mu_{proton}.B_1 \Rightarrow B_1 = \frac{\hbar\omega_1}{2\mu_{proton}}$. Si $t_{porte} \approx \frac{\pi}{2\omega_1} \Rightarrow \omega_1 = \frac{\phi}{2t_{porte}} \Rightarrow B_1 = \frac{\hbar\pi}{4\mu_{proton}t_{porte}}$. Thus $B_1 \approx 10^{-34} \times 10^{28} \times 10^5 \approx 10^{-1}$Tesla $\approx \frac{1}{100}B_0$. c.à.d B_1 cent fois plus petit que B_0.